高考数学标准答题模板

月成教育数学教研组

一、概念、符号应用要规范

例 1 (2009·北京)若函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}, & x<0\\ (\dfrac{1}{3})^{x}, & x\geqslant 0\end{cases}$，则不等式 $|f(x)|\geqslant\dfrac{1}{3}$ 的解集为________________.

阅卷现场

甲：$\{x|0\leq x\leq 1\}$

乙：$-3\leq x\leq 1$

丙：$\{-3\leq x\leq 1\}$

丁：$[-3,0)\cup[0,1]$

失分原因与防范措施

分析失分的原因，可以归纳为以下几种情况：

(1)概念不清，我们知道，分段函数要分段求，也就是要根据定义域分类讨论，而分类讨论的结果取并集.

(2)本题要求是求不等式的解集. 解集必须用集合或是区间的形式表述.

(3)符号运用不规范. 集合表示不能漏掉代表元素. 区间表示能合并的要合并.

防范措施：(1)要认真审题、找出分类标准，做到不漏解.

(2)注意规范运用数学符号.

正解

解析　(1)由$|f(x)|\geqslant\frac{1}{3}\Rightarrow\begin{cases}x<0\\|\frac{1}{x}|\geqslant\frac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow-3\leqslant x<0$.

(2)由$|f(x)|\geqslant\frac{1}{3}\Rightarrow\begin{cases}x\geqslant0\\|(\frac{1}{3})^x|\geqslant\frac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\geqslant0\\(\frac{1}{3})^x\geqslant\frac{1}{3}\end{cases}$

$\Rightarrow0\leqslant x\leqslant1$.

∴不等式$|f(x)|\geqslant\frac{1}{3}$的解集为$\{x|-3\leqslant x\leqslant1\}$，

∴应填$[-3,1]$.

答案　$[-3,1]$

二、结论表示要规范

例 2 直线 l 与椭圆$\frac{x^2}{4}+y^2=1$交于 P、Q 两点，已知直线 l 的斜率为 1，则弦 PQ 的中点的轨迹方程是__________.

阅卷现场

甲：$x+4y=0$

乙：$y=-\frac{1}{4}x$

丙：直线

二、结论表示要规范

例 2 直线 l 与椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 交于 P、Q 两点，已知直线 l 的斜率为 1，则弦 PQ 的中点的轨迹方程是____________.

阅卷现场

甲：$x+4y=0$

乙：$y=-\frac{1}{4}x$

丙：直线

失分原因与防范措施

本题失分的主要原因：结论表示时，忽视了曲线上点的坐标的取值范围．个别考生错把轨迹方程理解成了轨迹．

防范措施：在解此类题目时，一定要注意方程中变量的范围．实质上就是轨迹与方程的纯粹性与完备性的检验．

正解

解析　设 $M(x,\ y)$为 PQ 的中点，$P(x_1,\ y_1)$，$Q(x_2,\ y_2)$，

则$\begin{cases}\dfrac{x_1^2}{4}+y_1^2=1, & ①\\ \dfrac{x_2^2}{4}+y_2^2=1. & ②\end{cases}$

①－②得 $k_{PQ}=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\dfrac{\frac{1}{4}(x_1+x_2)}{y_1+y_2}=-\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{2x}{2y}=1.$

整理得 $x+4y=0$，则 $M(x,\ -\dfrac{x}{4})$.

又∵点 M 在椭圆内，∴$\dfrac{x^2}{4}+(-\dfrac{x}{4})^2<1$，解得 $-\dfrac{4\sqrt{5}}{5}<x<\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$.

∴所求轨迹方程为 $x+4y=0(-\dfrac{4\sqrt{5}}{5}<x<\dfrac{4\sqrt{5}}{5})$.

答案　$x+4y=0(-\dfrac{4\sqrt{5}}{5}<x<\dfrac{4\sqrt{5}}{5})$

例 3　设 A_1、A_2 是椭圆$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 的长轴的两个端点，P_1、P_2 是垂直于 A_1A_2 的弦的端点，则直线 A_1P_1 与 A_2P_2 的交点 P 的轨迹是____________________.

阅卷现场

$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$

正解

解析　设交点为 $P(x,\ y)$，$A_1(-3,0)$，$A_2(3,0)$，$P_1(x_0,\ y_0)$，$P_2(x_0,\ -y_0)$.

∵A_1，P_1，P 共线，

∴$\dfrac{y-y_0}{x-x_0}=\dfrac{y}{x+3}$.　　　①

又 A_2，P_2，P 共线，

∴$\dfrac{y+y_0}{x-x_0}=\dfrac{y}{x-3}$.　　　②

联立①②解得 $x_0=\dfrac{9}{x}$，$y_0=\dfrac{3y}{x}$，

代入$\dfrac{x_0^2}{9}+\dfrac{y_0^2}{4}=1$，化简得$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$.

∴P 点的轨迹是以$(\pm\sqrt{13},0)$为焦点，6 为实轴长的双曲线.

答案　以$(\pm\sqrt{13}，0)$为焦点，6 为实轴长的双曲线

失分原因与防范措施

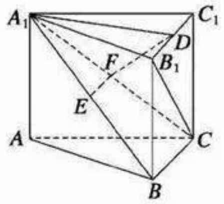
失分原因：本题难度为中等，本题失分的原因主要是结论表示不准确.

题目要求是：P 的轨迹，而很多考生却答成了轨迹方程.

防范措施：要注意求曲线的方程与求轨迹是不同的，若是求轨迹则不仅要求方程，而且还要说明是什么图形、在何处，即图形的形状、位置、大小都要说清楚，求“轨迹”时首先求出“轨迹方程”，然后再说明对应的图形.

三、书写格式要规范

例 4 (2009·江苏)如图所示，在直三棱柱(侧棱垂直于底面的棱柱)$ABC-A_1B_1C_1$ 中，E，F 分别是 A_1B，A_1C 的中点，点 D 在 B_1C_1 上，$A_1D\perp B_1C$.求证：



(1)$EF//$平面 ABC；

(2)平面 $A_1FD\perp$平面 BB_1C_1C.

阅卷现场

证明：(1) ∵ E, F 分别是 A_1B, A_1C 的中点，

∴ $EF//BC$，∴ $EF//$平面 ABC.

(2) $BB_1\perp$平面 $A_1B_1C_1$，∴ $BB_1\perp A_1D$，

∴ $A_1D\perp$平面 BB_1C_1C，

∴平面 $A_1FD\perp$平面 BB_1C_1C.

失分原因与防范措施

本题失分的原因： 主要集中在部分考生对线面平行、线面垂直的判定方法掌握不好．逻辑思维混乱、书写不条理、格式不规范．

本题首先要想到转化思想，就是将：线线平行⇔线面平行⇔面面平行；线线垂直⇔线面垂直⇔面面垂直的转化格式表达清楚．一般来讲，在书写时，用短行(竖式)书写比较好，比较容易找得分点．避免用长行书写，长行使得条件结论(因为，所以)不容易看清．第二，使结论成立的条件，不能漏写．比如在推论 $EF//$平面 ABC 时，很多同学缺少 $EF\not\subset$平面 ABC，就要扣 1～2 分．同样，在证明直线垂直平面时，要写清直线垂直平面内的两条相交直线．

防范措施： 在平时学习中，一定要有证明线面位置关系的转化思想．在考试时，要把文字语言表述转化成符号语言表述．注意书写格式，养成良好的书写习惯．，

正解

证明 (1)∵E，F分别是A_1B，A_1C的中点，

∴$EF\parallel BC$，

又∵$BC\subset$平面ABC，$EF\not\subset$平面ABC，

∴$EF\parallel$平面ABC.

(2)∵$BB_1\perp$平面$A_1B_1C_1$，

∴$BB_1\perp A_1D$，

又$A_1D\perp B_1C$，

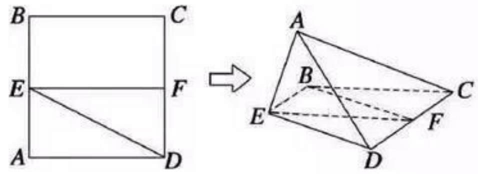
∴$A_1D\perp$平面BB_1C_1C，

又$A_1D\subset$平面A_1FD，

∴平面$A_1FD\perp$平面BB_1C_1C.

四、几何作图要规范

例5 已知正方形$ABCD$，E，F分别是AB，CD的中点，将△ADE沿DE折起，如图所示.



(1)证明：$BF\parallel$平面ADE；

(2)若△ACD为正三角形，试判断点A在平面$BCDE$内的射影G是否在直线EF上，证明你的结论.

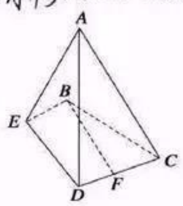
阅卷现场

证明：(1) ∵ E、F分别为正方形ABCD的边AB、CD的中点，

∴ $EB \parallel FD$，且 $BF \parallel ED$，

又 $BF \not\subset$ 平面AED，

∴ $BF \parallel$ 平面ADE.



(2) 点A在平面BCDE上的射影G不在BF上，

∵ $BF \perp CD$，$AF \perp CD$，

∴ $CD \perp$ 平面ABF，∴ $CD \perp AB$，

从图知 $AB \perp BF$，

∴ $AB \perp$ 平面BCDE，

∴ A在平面BCDE内的射影在BF上.

失分原因与防范措施

失分原因：不能按照几何作图的法则作图，不能将平面图形规范地转换成空间图形.

防范措施：要掌握直观图的画法法则，注意虚、实线的应用. 特别是在平面图形翻折成空间图形的这类折叠问题中，一般来说，位于同一平面内的几何元素相对位置和数量关系不变；位于两个不同平面内的元素、位置和数量关系要发生变化，充分发挥空间想象能力，在作图时，要体现出不变的位置和数量关系. 如本题中，$BE \parallel CD$，在平面图形和空间图形都应该画成平行的. 在平面图形中，$BE = DF = FC$，在空间图形中，仍然画成 $BE = DF = FC$.由于没有抓住这些特征，空间图形画的不规范，影响了考生的思维，从而造成失分.

(1)**证明** ∵E、F分别为正方形$ABCD$的边AB、CD的中点，

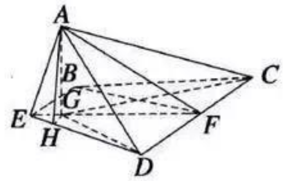
∴$EB\parallel FD$，且$EB=FD$，

∴四边形$EBFD$为平行四边形.

∴$BF\parallel ED$.

∵$ED\subset$平面AED，而$BF\not\subset$平面AED，

∴$BF\parallel$平面ADE.



(2)**解** 点A在平面$BCDE$内的射影G在直线EF上.

过点A作AG垂直于平面$BCDE$，垂足为G，

连结GC，GD，

∵$\triangle ACD$为正三角形，

∴$AC=AD$.∴$CG=GD$.

∴G在CD的垂直平分线上,EF就是CD的垂直平分线，

∴G在直线EF上.

五、解题步骤要规范

例6 已知向量$\boldsymbol{a}=(\sin\theta，-2)$与$\boldsymbol{b}=(1，\cos\theta)$互相垂直，其中$\theta\in(0，\frac{\pi}{2})$.

(1)求$\sin\theta$和$\cos\theta$的值；(2)若$\sin(\theta-\varphi)=\frac{\sqrt{10}}{10}$，$0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，求$\cos\varphi$的值.

阅卷现场

解：(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\sin\theta-2\cos\theta=0$，

$\sin\theta=2\cos\theta$ 代入 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，

得 $\begin{cases}\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}\\ \cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\sin\theta=-\frac{2\sqrt{5}}{5}\\ \cos\theta=-\frac{\sqrt{5}}{5}\end{cases}$

$\therefore \sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$ 或

$\sin\theta=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos\theta=-\frac{\sqrt{5}}{5}$．

(2) $\cos(\theta-\varphi)=\sqrt{1-\sin^2(\theta-\varphi)}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$，

$\therefore \cos\varphi=\cos[\theta-(\theta-\varphi)]$

$=\cos\theta\cos(\theta-\varphi)+\sin\theta\sin(\theta-\varphi)$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

失分原因与防范措施

失分原因：每一步的转化都是有条件的，忽略了转化的条件，从而使解题过程不规范，导致失分.

本题的错误情况有：(1)在推导 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\sin\theta-2\cos\theta=0$ 时，漏写 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直. (2)直接写出了 $\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$、$\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$，缺少 $\theta\in(0,\frac{\pi}{2})$这一条件.

(3)缺少 $\varphi=[\theta-(\theta-\varphi)]$这一拆分过程.

(4)缺少 $\theta-\varphi$ 的范围，直接由 $\sin(\theta-\varphi)$求 $\cos(\theta-\varphi)$.

题目虽不算难，但丢分现象严重.

防范措施：在三角函数的求值或化简中，一定要强调角的取值范围和公式成立的条件. “求值先定角”这是防止出错的一条重要原则. 解题步骤规范的一个重要标准是：严谨简洁.